

Proposing a New Method for Finding an Initial Solution to Solve Transportation Problem

متحرک ارائه یک روش نوین برای یافتن جواب اولیه برای مسئله حمل و نقل

Shahab Shams, Aslan Mehrabi

Abstract — This paper aims to introducing a novel method, to find an initial solution for transportation problem which is one of the well-known and useful models in linear optimization. Finding a good initial solution for has a special importance which results in an impressive decrease in the number of iterations to reach the optimal solution in the main algorithm. The proposed method, according to the remaining capacity of each node and calculating an estimation number of next transitions of the node, will reach better answer through making a better choice in each iteration. This method has an acceptable running time, and implementations show the more prospering performance of this method comparing to the well-known algorithm of this subject (Vogel's method). It should be noted that by increasing the size of the problem (number of the nodes), performance of the presented method will increase comparing to the Vogel's¹.

Keywords — transportation problem, linear improvement, computerized implementation.

۱. چکیده

در این مقاله، روش جدیدی جهت یافتن جواب اولیه برای مساله حمل و نقل (transportation problem) معرفی می شود. مسئله حمل و نقل یکی از مدل های معروف و پرکاربرد در بهینه سازی خطی می باشد. یافتن جواب اولیه مناسب، اهمیت ویژه ای دارد چراکه با داشتن یک جواب اولیه مناسب، تعداد مراحل لازم برای رسیدن به جواب بهینه، در الگوریتم حل این مسئله، کاهش چشمگیری می کند.

روش معرفی شده، برای یافتن جواب اولیه، در هر مرحله با توجه به ظرفیت های باقی مانده هر گره و بدست آوردن تخمینی از تعداد انتقال های آتی گره، انتخاب مناسب تری را انجام می دهد که باعث می شود در نهایت جواب بهتری تولید کند. این روش، از نظر زمان اجرا، بسیار مناسب بوده و با استفاده از پیاده سازی و اجرای برنامه کامپیوتری، کارایی بهتر آن نسبت به روش مطرح در این زمینه (فگل) نمایش داده شده است. مشاهده می شود که هرچقدر اندازه مسئله (تعداد گره ها) افزایش یابد، کارایی این مسئله نسبت به روش فگل مناسب تر خواهد بود.

کلمات کلیدی

مسئله حمل و نقل، بهینه سازی خطی، روش فگل، پیاده سازی کامپیوتری

۲. مقدمه

مدل حمل و نقل (Transportation model) یکی از مهمترین مسئله هایی است که در برنامه ریزی خطی با آن برخورد می کنیم. با استفاده از الگوریتم سیمپلکس می توانیم انواع مسئله های برنامه ریزی خطی را حل کنیم، اما روش سیمپلکس از نظر زمانی پرهزینه می باشد. بعضی از مدل های برنامه ریزی خطی به جهت شرایط ویژه ای که دارند این امکان را به ما می دهند که از روش های ساده تری نسبت به سیمپلکس برای حل آنها استفاده کنیم. مسئله حمل و نقل یکی از این مدل ها است. برای بدست آوردن جواب بهینه این مسئله، در ابتدا نیاز به بدست آوردن یک جواب اولیه داریم. از این جواب استفاده می کنیم و در هر مرحله جواب بهتری به دست می آوریم. این روند را ادامه می دهیم تا سرانجام به جواب مسئله برسیم. هرچقدر که جواب اولیه بهتری داشته باشیم، تعداد مراحل کمتر و در نتیجه زمان کمتری نیاز خواهد بود تا ما را به جواب بهینه مسئله برساند. پس از همین روست که پیدا کردن یک جواب اولیه مناسب اهمیت ویژه ای پیدا می کند.

در ابتدا به بیان مسئله حمل و نقل می پردازیم و پس از آن برخی روش هایی را که تا کنون برای به دست آوردن جواب اولیه مطرح شده است را معرفی می کنیم. پس از آن روشی جدید را برای به دست آوردن جواب اولیه مطرح می نماییم و در پایان نتایج حاصل از پیاده سازی الگوریتم معرفی شده بیان می شود. با توجه به

¹ S. Shams is with Department of Computer Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran (email: shahabshams@yahoo.com)

A. Mehrabi is with Department of Computer Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran (email: aslant.mehrabi@gmail.com)

که ظرفیتش صفر شده باشد را حذف می‌کنیم، و دوباره کمترین مقدار را انتخاب می‌کنیم. این روند را تا جایی ادامه می‌دهیم که همه ظرفیت‌ها برای انتقال و دریافت صفر شوند.

در بین این روش‌ها، روش فوگل از اهمیت و شهرت بیشتری نسبت به سایر روش‌ها برخوردار است. در جدول حمل و نقل، در هر سطر و هر ستون، دو مقدار که در بین هزینه‌ها کمترین هستند را انتخاب می‌کنیم. اختلاف این دو مقدار را به عنوان نماینده آن سطر یا ستون قرار می‌دهیم. در بین همه ی نماینده‌ها، عددی را که از سایرین بیشتر باشد انتخاب می‌کنیم، آنگاه از حداکثر ظرفیت کوچکترین یال سطر یا ستون انتخاب شده که هنوز ظرفیت دارد، برای انتقال استفاده می‌کنیم. به همین ترتیب، در هر مرحله یکی از هزینه‌ها انتخاب می‌شود و به اندازه ی ظرفیتش انتقال صورت می‌گیرد. این روند تا جایی ادامه پیدا می‌کند که همه نیازها تامین و همه ظرفیت‌ها انتقال داده شده باشد.

از آنجایی که جواب اولیه لزوماً جواب دقیق مسئله نیست، لذا پس از به دست آوردن یک جواب اولیه، باید با استفاده از روش‌هایی مانند MODI (روش توزیع تعدیل شده) و یا SSM (روش پل سنگ) جواب اولیه را به جواب دقیق مسئله تبدیل کنیم.

مزیت روش فوگل نسبت به سایر روش‌های ذکر شده، این است که در این روش به نوعی آینده نگری در انتخاب‌ها وجود داشت. در این روش سعی می‌شود که انتخاب‌های نادرست باعث تحمیل شدن هزینه‌های اضافی در مراحل بعدی نشوند. که بسیار مناسب است. اما ضعف بزرگ این روش هم در این است که تنها به بررسی یک لایه بیشتر از روشی مانند روش حداقل هزینه اکتفا می‌کند و در هر مرحله تنها دو هزینه را برای هر سطر یا ستون بررسی می‌کند. در صورتی که ممکن است هر منبع (S_i) در نهایت به بیش از دو مقصد (d_j) کالا ارسال کند و یا هر مقصد از بیشتر از دو منبع کالا دریافت کند. باید به دنبال روش دیگری باشیم که بتواند در هر مرحله تا آخرین لایه که ممکن است انتقال صورت گیرد را بررسی کند.

نکته ی حائز اهمیت در اینجا این است که در پاسخ اولیه بدست آمده، هر گره مبدا لزوماً با همه گره های مقصد، در تماس نیست (و بالعکس). در نظر داشته باشید که با هر روشی که بخواهیم انتقال‌ها را انتخاب کنیم و از حداکثر ظرفیت انتقال انتخاب شده استفاده کنیم، در هر مرحله، یا ظرفیت انتقال گره مبدا یا ظرفیت دریافت گره مقصد را (و یا هر دو را) را صفر می‌کنیم. پس در هر انتخاب حداقل یکی از ظرفیت‌ها صفر می‌شوند. اگر تعداد گره های منبع n و تعداد گره های مقصد m باشد، حداکثر باید به تعداد $m+n$ انتخاب داشته باشیم، اما از آن رو که در آخرین انتخاب حتما هم منبع و هم مقصد صفر خواهند شد (با فرض متوازن بودن مسئله) پس برای به دست آوردن جواب اولیه حداکثر $m+n-1$ انتخاب خواهیم داشت. پس برای هر گره مبدا و هر گره مقصد تعداد محدودی از انتقال‌ها باعث می شوند که ظرفیت آن صفر شود. به طور متوسط برای منابع، $\frac{m+n-1}{n}$ و برای مقصد ها تعداد انتقال $\frac{m+n-1}{m}$ منجر به اتمام

ظرفیت آنها می شود، پس حالا اگر بخواهیم در هر مرحله همه ی هزینه‌ها ی موجود برای هر سطر و ستون را بررسی کنیم، تعداد زیادی انتقال که هرگز اتفاق نخواهند افتاد را در محاسبات اثر داده ایم که نتیجه مطلوبی از این نوع انتخاب حاصل نمی شود. پس باید به دنبال روشی باشیم که از طرفی تعداد لایه‌هایی را بررسی کند که امکان پیش بینی انتخاب‌هایی که امکان وقوع دارند را داشته

آنکه روش مطرح و مناسب در زمینه بدست آوردن جواب اولیه برای مسئله حمل و نقل، روش فوگل می باشد، روش معرفی شده را با روش فوگل مقایسه می کنیم و مشاهده می کنیم که الگوریتم معرفی شده، جواب های بهتری تولید می کند.

۳. مدل حمل و نقل

در این مدل می خواهیم تعدادی کالای همگن (homogeneous) را از چند گره مبدا (S_i) را به چند گره مقصد (d_j) ببریم. هر یالی که بین یک مبدا و یک مقصد باشد، هزینه ای دارد که برای انتقال هر واحد از کالا ها باید هزینه خاص آن انتقال را صرف کنیم. هدف و بهینه کردن هزینه کل است. در حالت متوازن، این شرایط همواره برقرار است که باید همه ی نیازهایی که گره های مقصد (d_j) دارند برآورده شود و همه ظرفیت گره های مبدا (S_i) هم باید منتقل شود. هیچ کدام از گره های مقصد، بیشتر از ظرفیت خود دریافت نمی کند و هیچ کدام از گره های مبدا بیشتر از ظرفیت خود ارسال نمی کند.

اگر تعداد کل مبدا ها، n و تعداد کل مقصد ها، m باشد و C_{ij} را هزینه ی انتقال از مبدا i به مقصد j ام به X_{ij} هم تعداد کالاهای انتقالی از مبدا i ام به مقصد j ام باشد، می‌نویسیم:

$$\min \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m C_{ij} X_{ij}$$

$$\text{Subject to: } \sum_{j=1}^n X_{ij} = S_i$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = d_j$$

روش حل برای مسئله حمل و نقل به این صورت است که ابتدا یک جواب اولیه (نه الزاماً بهینه) پیدا می کنیم که در شرایط مسئله صادق باشد. سپس به صورت مرحله به مرحله این جواب را ارتقا می دهیم تا به جواب بهینه برسیم. هر چقدر که جواب اولیه بهتر باشد، تعداد مراحل لازم برای رسیدن به جواب بهینه کاهش می یابد. در مواردی نیز اگر جواب اولیه، مناسب (نزدیک به بهینه) باشد، می توان از همان جواب نیز استفاده نمود و نیازی به یافتن جواب بهینه نباشد. بنابراین وجود یک جواب اولیه مناسب، بسیار ارزشمند است.

روش‌های مختلفی برای یافتن جواب اولیه ارائه شده است. از جمله روش حداقل سطر، روش حداقل ستون، روش گوشه شمال غرب، روش حداقل هزینه، روش Çakmak، روش راسل، روش تقریب فوگل (VAM).

در روش حداقل سطر، با توجه به تابلو حمل و نقل (مطابق شکل ۲)، در ابتدا در سطر اول، کمترین هزینه را انتخاب می‌کنیم، از حداکثر ظرفیت این هزینه برای انتقال استفاده می‌کنیم، اگر سطر یا ستونی ظرفیتش صفر شد، آن را حذف می‌کنیم، و دوباره همین روند را ادامه می‌دهیم. تا آنجا ادامه می‌دهیم که همه ظرفیت‌ها صفر شوند.

در روش حداقل ستون، مشابه روش حداقل سطر عمل می‌کنیم، با این تفاوت که بجای انتخاب کمترین هزینه در سطر اول، کمترین هزینه را در ستون اول انتخاب می‌کنیم.

در روش حداقل هزینه، در تابلوی حمل و نقل، کمترین هزینه را انتخاب کرده، با حداکثر ظرفیت این هزینه، انتقال را انجام می‌دهیم، سپس هر سطر یا ستونی

باشد، و از طرف دیگر انتقال‌هایی را که امکان انتخاب آنها وجود ندارند را هم وارد محاسبات نکنیم.

$$EVd_j = \frac{P[1]*(END_j-1)+P[2]*(END_j-2)+\dots+P[END_j-1]*(1)}{\left(\frac{END_j}{END_j-1}\right)^2} - P[0]$$

اکنون با دید همه جانبه که بر روی هر منبع و هر مقصد داریم، می‌توانیم تصمیم بگیریم که کدام یک از انتقال‌ها برای ما کم هزینه تر خواهند بود. هرچه که مقدار موثر یکی از منابع یا مقاصد بیشتر باشد یعنی احتمال این که هزینه ی بیشتری را به ما در انتخاب‌های بعدی تحمیل کنند بیشتر است. پس به سراغ آن مقدار موثری می‌رویم که از همه بیشتر باشد، کمترین یال دارای ظرفیت آن سطر یا ستون را انتخاب کرده و حد اکثر انتقال ممکن را انجام می‌دهیم. به این شکل احتمال افزایش هزینه را در مراحل بعدی به صورت چشم گیری کاهش می‌دهیم.

در این مرحله اگر یکی از منابع یا یکی از مقصدها از همه ظرفیتش استفاده کرده بود، حذف می‌شود. و دوباره همین روند برای مسئله تکرار می‌شود. و همان گونه که در قسمت قبل ذکر شد. حد اکثر تعداد مراحل $m+n-1$ است. برای تفهیم بهتر به تبیین یک مثال می‌پردازیم:

جدول ۱- مثالی از جدول مسئله حمل و نقل

	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	CS_i	ENS_i	$EV S_i$
S_1	۵۷	۹۷	۸۷	۴	۲۱	۵۶	۲	۱۷
S_2	۵۶	۶۷	۷	۳۹	۳۲	۱۷	۲	۲۵
S_3	۱۱	۵۸	۵۵	۴۶	۷۹	۴۵	۲	۳۵
S_4	۶۳	۱۷	۵	۲۸	۵۸	۱۸۲	۴	۲۲.۵
Cd_j	۵۵	۸۳	۹۱	۲۹	۴۲			
END_j	۲	۲	۲	۲	۲			
EVd_j	۴۵	۴۱	۲	۲۴	۱۱			

در جدول شماره ۱ یک نمونه تابلو حمل و نقل را مشاهده می‌کنید. که مربوط به یک مسئله حمل و نقل با ۴ گره مبدا و ۵ گره مقصد می‌باشد. برای هر ستون و هر سطر تعداد موثر و مقدار موثر محاسبه شده است. به عنوان مثال برای سطر چهارم محاسبه عدد موثر به این صورت است:

$$ENS_4 = \max\left\{\left\lfloor \frac{182}{300} * 5 \right\rfloor, 2\right\} = 4$$

و محاسبه مقدار موثر به صورت زیر می‌باشد.

$$EV_{S_4} = \frac{17 * (3) + 28 * (2) + 58 * (1)}{(6)} - 5 = 22.5$$

۴. روش نوین پیشنهادی

در روش پیشنهادی ما، در ابتدا به صورت احتمالی تعداد انتقال‌هایی را که ظرفیت هر کدام یک از گره های مبدا، و گره های مقصد را به صفر می‌رساند پیش بینی می‌کنیم. پس از آن به صورت مجزا، از هر سطر و ستون تابلو حمل و نقل، به همان تعداد انتقال مورد نیاز که پیش بینی کرده ایم، پایین‌ترین هزینه‌ها را انتخاب می‌کنیم. کمترین هزینه را جدا کرده، میانگین وزن دار ساین را به دست می‌آوریم. برای هر سطر و ستون اختلاف کمترین مقدار و میانگین وزن دار ذکر شده را محاسبه می‌کنیم. از بین اختلاف‌ها بیشترین مقدار را انتخاب کرده و کمترین هزینه مربوط به آن سطر یا ستون را برمی‌گزینیم. به اندازه ظرفیت انتخاب شده، انتقال می‌دهیم و پس از آن، اگر ظرفیت سطر یا ستونی صفر شده باشد آن را حذف می‌کنیم. همین مراحل را مجدداً تکرار می‌کنیم تا همه ظرفیت‌ها صفر شود. در ابتدا به معرفی دو کمیت که در ادامه از آنها استفاده خواهیم کرد می‌پردازیم.

«تعداد موثر» را برای هر گره منبع با ENS_i و برای هر گره مقصد با END_j نشان می‌دهیم و به عددی می‌گوییم که نشان دهند این است که هر کدام یک از منبع‌ها (یا مقصدها) در هر مرحله به طور متوسط با چند مقصد (منبع) دیگر در جواب اولیه که بدست خواهد آمد، نقل و انتقال خواهد داشت. البته مقدار آن را حداقل ۲ در نظر می‌گیریم. به جز حالتی که تنها یک مبدا (مقصد) باقی مانده باشد که در آن صورت ۱ خواهد بود.

حالا اگر ظرفیت باقی مانده برای هر مقصد را با " Cd_j "، ظرفیت باقی مانده برای هر منبع را با " CS_i "، کل ظرفیت باقی مانده از منابع را با " Cst "، کل ظرفیت باقی مانده از مقصدها را با " Cdt "، تعداد کل منابع باقی مانده " Ns "، و تعداد کل مقصدهای باقی مانده را با " Nd " نشان دهیم، می‌نویسیم:

$$ENS_i = \max\left\{\left\lfloor \frac{CS_i}{Cst} * Nd \right\rfloor, 2\right\}$$

$$, END_j = \max\left\{\left\lfloor \frac{Cd_j}{Cdt} * Ns \right\rfloor, 2\right\}$$

«مقدار موثر» را برای منبع‌ها با EV_{S_i} و برای مقصدها با EV_{D_j} نشان می‌دهیم. این مقدار معیاری است برای سنجش متوسط جریمه‌ای که در صورتی که کمترین هزینه آن مبدا (یا مقصد) را برای انتقال انتخاب نکنیم باید بپردازیم. از هزینه‌های یال های مربوط به هر گره مبدا که هنوز ظرفیت دارند، به تعداد ENS_i ، یال های با کمترین هزینه را انتخاب می‌کنیم. آنها را با $P[k]$ می‌شناسیم. هرچه که k بزرگ تر باشد مقدار $P[k]$ هم بزرگ تر می‌شود (به ترتیب صعودی). کوچک‌ترین عضو $P[0]$ آنها را جدا کرده و میانگین وزن دار ساین (هرچه مقدار هزینه کمتر باشد وزن بیشتری به آن تعلق می‌گیرد) را حساب می‌کنیم. اختلاف این میانگین و کوچکترین هزینه را به عنوان مقدار موثر معرفی می‌کنیم. به عبارت دیگر:

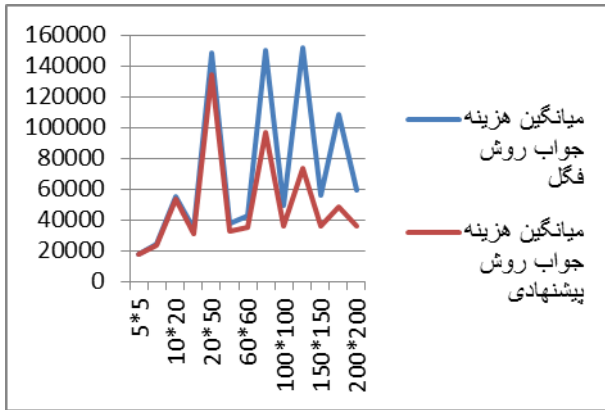
$$EV_{S_i} = \frac{P[1]*(ENS_i-1)+P[2]*(ENS_i-2)+\dots+P[ENS_i-1]*(1)}{\left(\frac{ENS_i}{ENS_i-1}\right)^2} - P[0]$$

به همین ترتیب برای هر d_i ، EV_{D_j} را این چنین تعریف می‌کنیم:

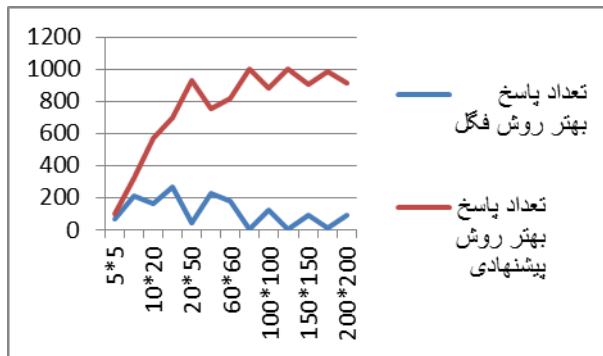
میانگین جواب بدست آمده در هر یک از اندازه های مختلف مسئله در بین ۱۰۰۰ مرتبه اجرا.

تعداد دفعاتی که هر یک از دو الگوریتم در میان ۱۰۰۰ مرتبه اجرا، پاسخ بهتری نسبت به الگوریتم دیگر ایجاد کرده اند.

میانگین جواب های بدست آمده در جدول ۱ و نمودار ۱، و تعداد دفعات برتری هر یک از دو الگوریتم در جدول ۲ و نمودار ۲ قابل مشاهده است.



شکل ۱. میانگین هزینه جواب الگوریتم پیشنهادی و الگوریتم فگل



شکل ۲. تعداد دفعات تولید پاسخ بهتر توسط هر الگوریتم

جدول ۲ - میانگین هزینه جواب الگوریتم پیشنهادی و

ابعاد مسئله	الگوریتم فگل	
	میانگین هزینه جواب روش فگل	میانگین هزینه جواب روش پیشنهادی
5*5	17836	17777
10*10	24052	23735
10*20	54814	53066
30*30	34213	31213
20*50	148577	134252
40*40	37486	32814
60*60	42730	34708
50*80	150351	96446
100*100	49125	35550
150*130	152166	73396
150*150	55631	35984

و برای ستون اول، محاسبه تعداد موثر و مقدار موثر به این صورت است:

$$ENd_1 = \max \left\{ \left\lceil \frac{55}{300} * 4 \right\rceil, 2 \right\} = 2$$

$$EVd_1 = \frac{56}{(1)} - 11 = 45$$

پس برای انتخاب اول از آنجایی که ۴۵ در بین همه مقدار موثرها از بقیه بزرگ تر است، کمترین مقدار مربوط به ستون اول را که ۱۱ می باشد انتخاب می کنیم، حداکثر ظرفیت این انتقال ۴۵ است.

به همین روال، مراحل را ادامه می دهیم و در نهایت در پایان همه مراحل، جواب به دست آمده توسط روش پیشنهادی ما ۴۱۸۸ است و جواب به دست آماده برای همین جدول به کمک روش فوگل ۴۳۸۳ است.

لازم به ذکر است هر چقدر که ابعاد مسئله (تعداد گره های مبدا و مقصد) افزایش یابد، دامنه تغییرات تعداد ویژه افزایش می یابد و میزان بهتر شدن جواب حاصل از این روش پیشنهادی نسبت به روش فگل، افزایش می یابد.

۱. بررسی زمان اجرای الگوریتم

از نظر پیاده سازی و زمان اجرا، اگر تعداد گره های مبدا و مقصد را n در نظر بگیریم، روش فگل از $O(n^2)$ برخوردار است. نشان می دهیم که روش

پیشنهادی نیز از $O(n^2)$ برخوردار است.

در ابتدا عناصر هر سطر و ستون را باید مرتب کرده و در آرایه ای قرار داد. برای هر یک از این آرایه ها نیز یک اندیس قرار می دهیم که بدانیم تا هر لحظه، چه مقدار از آرایه طی شده است. در هر مرحله انتخاب با توجه به فرمول تعداد موثر، به طور متوسط (سرسکن) کمیت تعداد موثر برای هر سطر یا ستون $O(1)$ است. در هر مرحله کفایت تنها به همین تعداد عنصر در هر سطر یا ستون نگاه کنیم. مجموع سطر و ستون ها $O(n)$ بوده و $O(n)$ مرحله این الگوریتم به طول می انجامد. اگر مرتب سازی اولیه با روش مرتب سازی مبنایی انجام شود (از آنجا که ظرفیت ها محدود هست برای هر گره)، الگوریتم پیشنهادی با $O(n^2)$ به

جواب اولیه دست می یابد.

ب. پیاده سازی با استفاده از برنامه کامپیوتری

جهت ارزیابی میزان سنجش کارایی الگوریتم پیشنهادی، با استفاده از یک برنامه کامپیوتری به زبان ++C، این الگوریتم و الگوریتم فگل پیاده سازی شدند. با استفاده از یک برنامه تولید اعداد تصادفی، مسئله های حمل و نقل با ابعاد ۵*۵، ۱۰*۱۰، ۱۰*۲۰، ۳۰*۳۰، ۲۰*۵۰، ۴۰*۴۰، ۶۰*۶۰، ۸۰*۸۰، ۱۰۰*۱۰۰، ۱۰۰*۱۳۰، ۱۵۰*۱۵۰، ۱۶۰*۱۸۰، ۲۰۰*۲۰۰ و از هر یک از این ابعاد به تعداد ۱۰۰۰ مسئله ایجاد و با استفاده از هر دو برنامه مربوط به هر دو الگوریتم، جواب های اولیه این مسائل بدست آمدند (در مجموع ۱۳۰۰۰ مسئله حمل و نقل). در تولید این جدول ها، ظرفیت هر یال در بازه ۲۰۰-۲۰۰ بوده و همه مسائل متوازن (بالانس) بودند.

ج. نتایج حاصل از پیاده سازی

جهت مقایسه این دو الگوریتم با یکدیگر، از دو معیار استفاده می کنیم:

REFERENCES

- 1 Cakmak T, Ersoz F. Methodology recommendation for one-criterion transportation problems: Cakmak method. *Transport*. 2007; 12(3):221-224.
- 2 Balakrishnan N. Modified Vogel's approximation method for unbalanced transportation problem. *Applied mathematics Letters*. 1990; 3(2): 9-11.
- 3 Shimshak DG, Kaslik JA, Barclay TD. A modified Vogel's approximation method through the use of heuristic. *Infor*. 1981; 19:259-63.
- 4 Taha HA. *Operation Research: An introduction*. New York: Macmillan Publishing Company, 1987.
- 5 Korukoglu S, Balli S. An improved Vogel's approximation method for the transportation problem. *Mathematical and Computational Applications*. 2011:370-381.
- 6 Sharma RRR, Prasad S. Obtaining a good primal solution to the uncapacitated transportation problem. *European Journal of Operation Research*. 2003; 144: 560-564.
- 7 Solving transportation problem using object oriented model. *International Journal of Computer Science and Security*. 2009;9(2).
- 8 Imam T, Elsharway G, Gomah M, Samy I. *MIJCSNS. International Journal of Computer Science and Network Security*. 2009; 9(2).

ابعاد مسئله	تعداد پاسخ های بهتر روش فگل	تعداد پاسخ های پیشنهادی	تعداد پاسخ های مساوی
160*180	108752	48316	جدول ۳- تعداد دفعات تولید پاسخ بهتر توسط هر الگوریتم
5*5	67	95	838
10*10	208	326	466
10*20	165	567	268
30*30	269	699	32
20*50	45	930	25
40*40	226	757	17
60*60	179	820	1
50*80	0	1000	0
100*100	121	879	0
150*130	0	1000	0
150*150	91	909	0
160*180	14	986	0
200*200	90	910	0

۵. بررسی نتایج

با بررسی اعداد بدست آمده، می توان این نتیجه را گرفت که الگوریتم پیشنهادی، پاسخ های بهتری را نسبت به الگوریتم فگل تولید می کند. این موضوع را می توان در انتخاب های صحیح تر با استفاده از یک پیش بینی احتمالی در روش پیشنهادی دانست. همچنین هر چقدر که ابعاد مسئله بزرگتر می شود، کارایی این الگوریتم نسبت به فگل افزایش می یابد، چراکه دامنه تغییرات کمیت تعداد موثر برای هر منبع و مقصد بیشتر میشود. و به همین دلیل افزایش دامنه تغییرات تعداد موثر، آن دسته از مسائلی که تعداد منابع و مقاصد آن های یکسان نیست، نیز با استفاده از الگوریتم پیشنهادی جواب های مناسب تری بدست می آورند.

۶. نتیجه گیری

در این مقاله، روش نوینی برای بدست آوردن پاسخ اولیه برای مسئله حمل و نقل معرفی شد. این روش با استفاده از بدست آوردن یک مقدار موثر که در واقع به طور متوسط جریمه انتخاب نکردن هر منبع یا مقصد در هر مرحله است، در هر مرحله انتخاب های مناسبی را انجام می دهد که منجر به تولید یک جواب اولیه مطلوب می شود. این روش از نظر زمان اجرا مناسب بوده و به لحاظ پاسخ های بدست آمده، با روش فگل مقایسه شده و بهتر بودن کارایی آن نمایش داده شده است.

۷. سپاس گذاری

از جناب آقای دکتر زیارتی و جناب آقای مهندس کشتکاران به جهت حمایت هایشان کمال تشکر را داریم.